

Đề 1

Câu 1: Thu gọn biểu thức

a) $\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)$

b) $\left(\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}}\right) : \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

c) $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}\right)\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} - \frac{a}{\sqrt{ab}}\right) \quad (a > 0; b > 0; a \neq b)$

Câu 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $3x^2 + (3+\sqrt{7})x + \sqrt{7} = 0$

b) $\frac{x}{x-2} = \frac{10-2x}{x^2-2x}$

c) $\begin{cases} 3x+2y-7=0 \\ 4x+6y-6=0 \end{cases}$

Câu 3: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

- Chứng tỏ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m
- Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Chứng minh biểu thức $M = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1)$ không phụ thuộc m
- Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc m

Câu 4: Một lớp học có 40 học sinh được xếp ngồi đều nhau trên các ghế băng. Nếu ta bớt đi hai băng ghế thì mỗi băng ghế còn lại phải xếp thêm một học sinh. Tính số băng ghế ban đầu.

Bài 5: Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng xy cách tâm O một khoảng $OK = a$ ($0 < a < R$). Từ điểm A thuộc xy ($OA > R$), vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (B và C là hai tiếp điểm, O và B nằm cùng một phía đối với xy).

- Chứng minh rằng đường thẳng xy cắt (O) tại hai điểm D và E .
- Chứng minh rằng 5 điểm O, A, B, C, K cùng nằm trên một đường tròn, định vị trí tâm đường tròn qua 5 điểm đó.
- BC cắt OA, OK theo thứ tự tại M, S . Chứng minh tứ giác $AMKS$ nội tiếp, định vị trí tâm đường tròn $(AMKS)$ và chứng minh $OM.OA = OK.OS$.
- Chứng minh BC quay quanh một điểm cố định và M di động trên một đường tròn cố định khi A thay đổi trên xy .
- Xác định rõ vị trí tương đối của SD, SE đối với đường tròn (O) . Tính theo R diện tích

phần mặt phẳng giới hạn bởi hai đoạn SD, SE và $\widehat{DCE}$ của đường tròn (O) khi biết $a = \frac{R}{2}$.

Hướng dẫn giải

d) Chứng minh M thuộc đường tròn đường kính OS cố định..

e) Chứng minh $\widehat{SDO} = 90^\circ$ (sử dụng tam giác đồng dạng), suy ra SD là tiếp tuyến của (O). Tính hiệu diện tích của tứ giác và diện tích hình quạt.

Đề 2:

Câu 1: Thu gọn biểu thức:

a) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}$ b) $(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4+\sqrt{15}}$

c) $\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} + x+1 \quad (x > 0)$

Câu 2: Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $(3x^2-12)(x^2-8x+12)=0$ b) $x(4x-5)=6$ c) $\begin{cases} x-y=-13 \\ xy=-36 \end{cases}$

Câu 3: Cho (P): $y = -\frac{x^2}{4}$ và (d): $y = \frac{x}{4} - 3$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.
c) Tìm m để đường thẳng (d'): $y = x - m$ tiếp xúc với (P)

Câu 4: Tìm chu vi hình chữ nhật biết chiều rộng bằng $\frac{7}{15}$ chiều dài và diện tích là $420m^2$.

Bài 5: Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc nửa đường tròn ($AC > CB$). Kẻ CH vuông góc với AB tại H. Đường tròn tâm K đường kính CH cắt AC, BC lần lượt tại D, E và cắt nửa đường tròn (O) tại F (F khác C).

- a) Chứng minh CH = DE.
b) Chứng minh CA. CD = CB. CE và tứ giác ABED nội tiếp.
c) CF cắt AB tại Q. Chứng minh QO vuông góc OC
d) Chứng minh Q là giao điểm của DE và (OKF)
e) Tính khoảng cách từ O đến DE biết $AC = R\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

- c) Chứng minh O là trực tâm tam giác OCQ.
d) Chứng minh DE vuông góc OC, suy ra DE đi qua Q. Chứng minh tứ giác OKFQ nội tiếp
e) Gọi I là giao điểm của DE và OC. Đặt OI = x, lập phương trình và giải ra x.

Đề 3

Câu 1: Thu gọn biểu thức:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} & \text{b) } & \sqrt{6+3\sqrt{3}}(3\sqrt{2}-\sqrt{6}) \\ \text{c) } & \left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right) & & (x > 0) \end{aligned}$$

Câu 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x^2 + 5x + 7)(2x^2 - 2x - 4) = 0 & \text{b) } & x^4 - 17x^2 - 60 = 0 & \text{c) } & \begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 3: a) Tìm hai số biết tổng và tích của chúng lần lượt là -16 và 64.

b) Lập một phương trình bậc hai theo ẩn x biết hai nghiệm của phương trình là: $x_1 = 3 - \sqrt{5}$; $x_2 = 3 + \sqrt{5}$

Câu 4: Hai xe khởi hành cùng một lúc đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 120 km. Xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 5 km/h nên đến nơi sớm hơn 20 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 5: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và $AB < AC$. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt cạnh AB và AC theo thứ tự tại E và D.

- Chứng minh $AD \cdot AC = AE \cdot AB$.
- Gọi H là giao điểm của BD và CE, K là giao điểm của AH và BC. Chứng minh $AH \perp BC$.
- Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (O) với M, N là các tiếp điểm. Chứng minh $\widehat{ANM} = \widehat{AKN}$.
- Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Hướng dẫn giải

- Chứng minh $\widehat{ANM} = \widehat{ANH}$ dựa vào câu c

Đề 4

Câu 1: Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} + \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right) \quad (a > 0; a \neq 1)$$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của A khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$
- Tìm các giá trị của a sao cho $A < 0$

Câu 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{2} = 0 & \text{b) } 5x^3 + 9x^2 - 14x = 0 & \text{c) } \begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{2}{3} = 3 \\ \frac{4x-y}{6} + \frac{x}{4} = 1 \end{cases} \end{array}$$

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

- a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu.
- c) Tìm m để phương trình (1) có tổng hai nghiệm bằng 6. tìm 2 nghiệm đó.

Câu 4: Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 7 cm, độ dài của một đường chéo là 13 cm. Tính diện tích của hình chữ nhật.

Bài 5 Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có 3 góc nhọn. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC. Đường tròn này cắt AB tại E và cắt AC tại D. BD và CE cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh BD và CE là hai đường cao của tam giác ABC. Suy ra AH vuông góc với BC tại F.
- b) Chứng minh $AD \cdot BC = DE \cdot AB$.
- c) Chứng minh FH là phân giác của góc DFE.
- d) Cho $BC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Chứng minh tứ giác DEFO nội tiếp và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác này theo a .

Hướng dẫn giải

d) Chứng minh $\widehat{EOD} = 2\widehat{EFH}$. Tính DE theo a (dùng câu b), và tính góc $\widehat{EOD}$. Có góc nội tiếp và độ dài cung chắn, từ đó tính được bán kính đường tròn.

ĐỀ 5

Bài 1: Thu gọn biểu thức:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} & \text{c) } 2\sqrt{40\sqrt{8}} - 2\sqrt{\sqrt{50}} - 3\sqrt{5\sqrt{32}} \\ \text{b) } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{4b}{a-b} \quad (a > 0; b > 0; a \neq b). \end{array}$$

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{c) } x^2 - (\sqrt{7} - \sqrt{2})x - \sqrt{14} = 0 & \text{b) } \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{5} & \text{c) } \begin{cases} 0,2x + 0,1y = 0,3 \\ 1,5x + y = 5 \end{cases} \end{array}$$

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 1 = 0$

- Với giá trị nào của m thì phương trình trên có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
- Giải phương trình với $m = -3$.
- Tìm giá trị của m để phương trình có một nghiệm bằng -2 . Tính nghiệm còn lại.

Bài 4: Khoảng cách giữa 2 bến sông A và B là 30km. Một cano đi từ A đến B nghỉ 40 phút ở B rồi trở về bến A. Thời gian kể cả đi lẫn về là 6 giờ. Tính vận tốc cano khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 3km.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Vẽ đường tròn (A; AH) và hai tiếp tuyến BD, CE đến đường tròn (A) đó (D, E khác H).

- Chứng minh $BD + CE = BC$ và $BD \cdot CE = AH^2$.
- Chứng minh D, E đối xứng với nhau qua A và DE tiếp xúc với đường tròn (O) đường kính BC.
- Gọi M, N, K lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB và HD, AC và HE, BE và CD. Chứng minh tứ giác BMNC nội tiếp và $KH \parallel OA$.
- Chứng minh rằng 3 điểm M, N, K thẳng hàng.

Hướng dẫn giải

c) Dùng định lý Thalet đảo.

d) Chứng minh tam giác DKM và CKN đồng dạng, suy ra $\widehat{DKM} = \widehat{CKN}$, suy ra M, K, N thẳng hàng

ĐỀ 6

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 4$)

- Thu gọn biểu thức A.
- Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{4}$.

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\text{a) } 5x^3 - x^2 - 5x + 1 = 0 \quad \text{b) } x^4 + 11x + 18 = 0 \quad \text{c) } \begin{cases} -2x + y = 4 \\ x - \frac{1}{2}y = -2 \end{cases}$$

Bài 3: Viết phương trình đường thẳng (D) trong các trường hợp sau:

a) $(D) // (D') : y = 3 - 4x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2.

b) qua giao điểm $A(-2;5)$ và $B(-3;-4)$.

c) (D) qua $A(3;-2)$ và tiếp xúc với $(P) : y = -\frac{x^2}{4}$.

Bài 4: Tính kích thước hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài 2cm và tăng chiều rộng 5cm thì diện tích hình chữ nhật đó sẽ tăng thêm $200cm^2$, và nếu mỗi chiều giảm đi 2cm thì diện tích hình chữ nhật sẽ giảm đi $96cm^2$.

Bài 5: Cho nửa đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc nửa đường tròn ($AC > CB$). Kẻ CH vuông góc với AB tại H . Đường tròn tâm K đường kính CH cắt AC , BC lần lượt tại D , E và cắt nửa đường tròn (O) tại F (F khác C).

f) Chứng minh $CH = DE$.

g) Chứng minh $CA \cdot CD = CB \cdot CE$ và tứ giác $ABED$ nội tiếp.

h) CF cắt AB tại Q . Chứng minh QO vuông góc OC

i) Chứng minh Q là giao điểm của DE và (OKF)

j) Tính khoảng cách từ O đến DE biết $AC = R\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

c) Chứng minh O là trực tâm tam giác OCQ .

d) Chứng minh DE vuông góc OC , suy ra DE đi qua Q . Chứng minh tứ giác $OKFQ$ nội tiếp

e) Gọi I là giao điểm của DE và OC . Đặt $OI = x$, lập phương trình và giải ra x .

Đề 7

Bài 1: Thu gọn biểu thức:

a) $\sqrt{6 - 2\sqrt{2 + \sqrt{12} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}}$. c) $(4 - \sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{14})\sqrt{4 + \sqrt{7}}$.

b) $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} \quad (1 < x < 2)$.

(HD: b) Ta có $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1 + 2\sqrt{x-1} + 1} = \sqrt{(\sqrt{x-1} + 1)^2}$.

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{x+5} = 1-x$. b) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$. c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 8 \end{cases}$

(HD: b) Ta có $|x-1| = |\sqrt{2} + 2| - |2 - \sqrt{2}| \Leftrightarrow |x-1| = 2\sqrt{2}$; c) Dùng pp thế).

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - 8x + m + 5 = 0$

a) Xác định m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có một nghiệm gấp 3 lần nghiệm kia. Tính các nghiệm trong trường hợp này.

(HD: b) giả sử giả sử phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ và $x_1 = 3x_2$. Theo định lý Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 5 \end{cases} \quad (1) \text{ vì } x_1 = 3x_2 \text{ nên ta có } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 \\ 3x_2^2 = m + 5 \end{cases} \text{ giải tìm được m; tính được nghiệm} \\ x_2 = 2; x_1 = 6)$$

Bài 4: Hai vòi cùng chảy vào một bể thì trong 4 giờ đầy bể. Nếu chỉ mở vòi thứ I trong 9 giờ, rồi mở vòi thứ II cùng chảy tiếp trong 1 giờ nữa thì đầy bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể. (Đs: 12;6).

Bài 5: Cho đường tròn tâm (O) bán kính R. S là một điểm nằm ngoài đường tròn sao cho $OS = 2R$. Từ S vẽ hai tiếp tuyến SA và SB đến đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác SAOB nội tiếp và tính đoạn độ dài AB.

b) Gọi I là giao điểm của đoạn thẳng SO và (O). Chứng minh I là trọng tâm của tam giác SAB.

c) Gọi D là điểm đối xứng của B qua O, H là hình chiếu của A trên BD. Chứng minh SD đi qua trung điểm của đoạn thẳng AH.

d) SD cắt (O) tại điểm thứ hai là E. Chứng minh OS là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAE.

Hướng dẫn giải

c) Kéo dài DA cắt SB tại Q. Chứng minh S là trung điểm BQ.

d) Chứng minh $\widehat{SAE} = \widehat{OSA}$. Vẽ tia tiếp tuyến Sx của (SAE). Chứng minh Sx và SO trùng nhau.

Đề 8

Bài 1: Cho $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b} + \frac{2\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}-a} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$ ($a > 0; b > 0; a \neq b$)

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A với $a = 11 - 6\sqrt{2}$ và $b = 11 + 6\sqrt{2}$.

$$(HD: a) A = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \quad b) A = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) (x^2 + 2x + 5)(x^2 + 2x - 3) = -15 \quad b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

(HD: a) đặt $t = x^2 + 2x$ thì ta có pt ban đầu tương đương $(t+5)(t-3) = -15$; tìm được t thế vào

tính được x ; đs: $\begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$; b) Ta có $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ suy ra ta có 2 hệ phương trình
 $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x+y=-7 \\ xy=12 \end{cases}$, giải 2 hệ phương trình trên ta tìm được $(x; y) = (3; 4)$ hoặc $(x; y) = (-3; -4)$

Bài 3: Cho phương trình $3x^2 - 2mx - 4 + 2m = 0$

a) Chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi giá trị của m .

b) Tính giá trị các biểu thức $A = 3x_1^2 + 3x_2^2$ và $B = x_1x_2 - (x_1 - x_2)^2$ theo m .

c) Tìm m để A đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất của A .

Bài 4: Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định lúc đầu. (đs: quãng đường 350km; thời gian dự định là 8 giờ)

Bài 5: Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A với $OA = 3R$. Vẽ tiếp tuyến AB (B là tiếp điểm) và đường kính BOC của đường tròn. AC cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D, AO cắt $\widehat{BDC}$ tại E. BE cắt AC tại I.

a) Chứng tỏ vị trí đặc biệt của E và I đối với tam giác ABC. Tính khoảng cách từ D đến các đỉnh của tam giác ABC theo R.

b) Kẻ $AF \perp BE$ tại F. Định dạng các tứ giác AEFC và ABDF.

c) Xác định rõ vị trí tương đối của CF và đường tròn (ABD).

d) AF cắt BD tại T. Chứng minh TC, TE là hai tiếp tuyến của đường tròn (O).

Hướng dẫn giải

c) Chứng minh $CF^2 = CD \cdot CA$, suy ra $\widehat{CFD} = \widehat{FAD}$, suy ra CF là tiếp tuyến của (ABD).

d) Chứng minh $TC^2 = TD \cdot TB$, suy ra $\widehat{TCB} = 90^\circ$.

Chứng minh tứ giác AEDT nội tiếp, suy TE vuông góc OE.

ĐỀ 9

Bài 1: Thu gọn biểu thức:

$$a) \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}}$$

$$b) \left(\frac{2+\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \left(\frac{x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \right) \quad (x > 0)$$

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) (x^2 + 2x - 3)^2 - 6(x^2 + 2x - 3) + 5 = 0$$

$$b) \begin{cases} (x-y)^2 = 225 \\ x+y = 19 \end{cases}$$

Bài 3: Cho (P) : $y = -\frac{x^2}{4}$ và (d) : $y = 2x + 4$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.
- Tìm tọa độ điểm A thuộc (P) có tổng từ A đến 2 trục tọa độ bằng 6.

Bài 4: Cho phương trình $2x^2 - 7x + 1 = 0$. Không giải phương trình:

- Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm phân biệt đều dương.
- Tính $A = x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}$.

Bài 5: Cho đường tròn (O; R) có dây $BC = R\sqrt{3}$, A là một điểm thay đổi trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. AD là đường cao của tam giác ABC (D thuộc cạnh BC). Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của D trên các cạnh AB và AC.

- Chứng minh tứ giác APDQ nội tiếp.
- Chứng minh $AP \cdot AB = AQ \cdot AC$. Suy ra tứ giác BPQC nội tiếp.
- Chứng minh OA vuông góc với PQ.
- Tính góc $\widehat{BAC}$ và tìm vị trí của điểm A trên cung lớn BC để PQ có độ dài lớn nhất.

ĐỀ 10

Bài 1: Thu gọn biểu thức:

$$a) \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} \quad b) \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2 \quad (a \geq 0, a \neq 1)$$

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 8 = 0 \quad b) (\sqrt{x-2})^2 - \sqrt{x-2} + 6 = 0 \quad c) \begin{cases} |x-1| + y = 2 \\ 3|1-x| - 2y = 1 \end{cases}$$

Bài 3: Cho hàm số $y = x^2$ (P) và $y = 3x + m^2$ (d) (x là biến số, m là tham số)

- chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- Gọi y_1, y_2 là tung độ của các giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P). Tìm m để có đẳng thức $y_1 + y_2 = 11y_1y_2$.

Bài 4: Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$.

- Tính bán kính của đường tròn (O) và các góc còn lại của tam giác ABC khi biết $AB = \sqrt{2}cm, AC = \sqrt{3}cm$.

b) Lấy điểm T tùy ý trên đoạn OC (T khác O và C). Đường thẳng vuông góc với OT tại T cắt AB, AC lần lượt tại D, H và cắt đường tròn (ABC) tại M, N. CD cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E. Chứng minh $H \in BE$ và $DA.DB = DC.DE = DT^2 - \frac{MN^2}{4}$.

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (ABC) cắt DT tại S. Chứng minh S là trung điểm đoạn DH và SE là tiếp tuyến của (ABC).

d) SB cắt đường tròn (ABC) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh AE, CF, DT là 3 đường thẳng đồng quy.

Hướng dẫn giải

c) Chứng minh $\widehat{DES} + \widehat{OEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OES} = 90^\circ$

d) Gọi I là giao điểm của AE và DT. Chứng minh F, I, C thẳng hàng:

+ Chứng minh SF. SB = SE² = SI.ST, suy ra tứ giác BFIT nội tiếp, suy ra $\widehat{BFI} = 90^\circ$

+ Suy ra $\widehat{BFI} = \widehat{BFC} = 90^\circ$.

Đề 11

Bài 1: Thu gọn biểu thức:

$$\begin{aligned} a) & \frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{\sqrt{6+3\sqrt{3}}} & b) & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \\ c) & \left(1: \frac{\sqrt{1+x}}{3} + \sqrt{1-x}\right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-x}} + 1\right) \quad (-1 < x < 1) \end{aligned}$$

Bài 2: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} a) & \begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} & b) & x^2 - 7|x| - 9 = 0 & c) & x - 5\sqrt{x} + 6 = 0 \end{aligned}$$

Bài 3: Cho phương trình $x^2 + bx + c = 0$

a) Giải phương trình khi $b = -3$ và $c = -2$.

b) Tìm b, c để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt và tích của chúng bằng 1.

Bài 4: Cho 2 điểm A(1; -2); B(5; 2)

a) Xác định a để Parabol (P): $y = ax^2$ đi qua điểm A.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) vuông góc với AB và tiếp xúc với (P) vừa tìm được ở trên.

Bài 5: Cho đường tròn (O; R) và dây cung BC. A là một điểm thay đổi trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Gọi E là điểm đối xứng của H qua M.

a) Chứng minh tứ giác BHCE là hình gì? Tại sao?

- b) Chứng minh E thuộc đường tròn (O) và O là trung điểm AE.
c) Đường thẳng qua H vuông góc với MH cắt AB, AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh H là trung điểm PQ.
d) Gọi I là điểm đối xứng của O qua M. Cho (I) thuộc đường tròn (O).
1. Tính BC theo R.
2. Tính tỉ số $\frac{PQ}{MH}$

Đề 12

Bài 1: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{2}{y+2} = 2 \\ \frac{3}{x-3} - \frac{2}{y+2} = -3 \end{cases} \quad b) |5x-2| = 2x-5 \quad c) (x^2-x)^2 - 3(x^2-x+1) + 5 = 0$$

Bài 2: Rút gọn biểu thức:

$$a) (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}} \quad b) \frac{3 + 4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

Bài 3: Cho phương trình $(x+1)(x^2-x+1-m)=0$

- a) Giải phương trình với $m=2$.
b) Tìm các giá trị của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Bài 4: Trên quãng đường AB dài 60km, người thứ nhất đi từ A đến B, người thứ hai đi từ B đến A. Họ khởi hành cùng một lúc và gặp nhau tại C sau khi khởi hành 1 giờ 12 phút. Từ C, người thứ nhất đi tiếp đến B với vận tốc giảm hơn trước 6km, người thứ hai đi đến A với vận tốc như cũ. Kết quả người thứ nhất đến nơi sớm hơn người thứ hai là 48 phút. Tính vận tốc mỗi người.

Bài 5: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O đường kính BC ($AB > AC$). Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D. Gọi F là điểm đối xứng của A qua BC.

- a) Chứng minh F thuộc (O) và DF là tiếp tuyến của (O).
b) Gọi H là hình chiếu của A trên BF. I là trung điểm AH. BI cắt đường tròn (O) tại E. Gọi K là giao điểm của AF và BC. Chứng minh tứ giác AEKI nội tiếp, suy ra góc $\widehat{AEK}$.
c) DE cắt (O) tại P. Chứng minh F, O, P thẳng hàng.
d) Tính diện tích tam giác AFK theo R khi $AB = AC\sqrt{3}$.